

رشنده: ریاضی - فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

سوالات پاسخ نامه دارد.
(استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)

ردیف	نمره
------	------

۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است.</p> <p>ب) اگر $a c$ و $a b$ آنگاه $a b+c$ یا $a b$.</p> <p>پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر a و b به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است.</p> <p>ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.</p>	۱
۱	<p>در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید.</p> <p>الف) حاصل $([m^{\circ}, m], m^{\circ})$ برایر با است.</p> <p>ب) اگر برای دو عدد صحیح و نا صفر a و b داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوییم a و b هستند.</p> <p>پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم.</p> <p>ت) تعداد یال های گراف K_7 برابر است.</p>	۲
۱	<p>گزاره زیر را به روش بازگشته (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:</p> <p>« برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »</p>	۳
۱/۲۵	<p>اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(5m+4)$ و $(5m+5)$ بر a بخشیدن باشند ثابت کنید $a = \pm 1$.</p>	۴
۱	<p>اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + ab)$ را بر ۸ بیابید.</p>	۵
۱/۵	<p>باقي مانده تقسیم عدد $!^{2000} + \dots + 2! + 3! + 4! + \dots + 5!$ را برابر ۱۵ بددست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)</p>	۶
۱	<p>معادله همنهشتی $4x^6 \equiv 10$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.</p>	۷
۲	<p>در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید.</p> <p>الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد.</p> <p>پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) = q(\bar{G}) + q(G)$ برابر با $(1-n, n(n-1), \frac{n(n-1)}{2})$ است.</p> <p>ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) رأسی دارد.</p>	۸
۱/۵	<p>گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p>ب) دوری به طول ۴ بنویسید.</p> <p>پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس b بنویسید.</p> <p>ت) $(f)_N$ را با اعضا مشخص کنید.</p>	۹
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

رشه: ریاضی - فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	ردیف
ردیف	ردیف	ردیف	ردیف

۱۰	۱	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱
	۱		یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.
۱۱	۱	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو براذر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم . اگر بخواهیم هر نفر روی روی برادرش بنشینند ، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱۲
۱۲	۱/۷۵	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه واژ گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟	۱۳
۱۳	۱/۲۵	قرار است سه مدرس $T_۱, T_۲, T_۳$ در سه جلسه متوالی در سه کلاس $C_۱, C_۲, C_۳$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.	۱۴
۱۴	۱/۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 63^{\circ}\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخشیدنند؟	۱۵
۱۵	۱/۲۵	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.	۱۶
۱۶	۲۰	جمع نمره "موفق باشد"	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشواری ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) m^r (۰/۲۵) ب) نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) پ) مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص ۳۸)	۱
۳	$y^r + 1 \geq -2x(y+x+1) \Leftrightarrow x^r + y^r + 2xy + x^r + 2x + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow (x+1)^r + (x+y)^r \geq 0$ (۰/۲۵) \Rightarrow این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است (۰/۲۵) (ص ۷۸)	۱
۴	$a 6(5m+4)$ (۰/۵) $\rightarrow a 5(6m+5) - 6(5m+4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) (ص ۱۱)	۱/۲۵
۵	می دانیم مریع هر عددفرد، به صورت $1 + 8k$ می باشد (۰/۲۵) (ک $\in \mathbb{Z}$) پس داریم $\begin{cases} a^r = 8k + 1 \\ b^r = 8k' + 1 \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^r + b^r + 5 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^r + b^r + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r = 7$ (۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $1! = 1$ و $2! = 2$ و $3! = 6$ و $4! = 24$ و $5! = 120$ و $6! = 720$ و $7! = 5040$ و $8! = 40320$ و $9! = 362880$ و $10! = 3628800$ و $11! = 39916800$ و $12! = 479001600$ و $13! = 6227020800$ و $14! = 87178291200$ و $15! = 1307674368000$ و $16! = 20922789888000$ و $17! = 355687437424000$ و $18! = 6402373705728000$ و $19! = 121645100408832000$ و $20! = 2432902008176640000$ و $21! = 48658040163532800000$ و $22! = 973160803267656000000$ و $23! = 19463216065351120000000$ و $24! = 389264321307022400000000$ و $25! = 778528642592480000000000$ و $26! = 1557057285184960000000000$ و $27! = 3114114570369920000000000$ و $28! = 6228229140739840000000000$ و $29! = 12456458281479680000000000$ و $30! = 24912912562859360000000000$ و $31! = 49825825125718720000000000$ و $32! = 99651650251437440000000000$ و $33! = 199303300502874880000000000$ و $34! = 398606601005749760000000000$ و $35! = 797213202011499520000000000$ و $36! = 1594426404022998400000000000$ و $37! = 3188852808045996800000000000$ و $38! = 6377705616091993600000000000$ و $39! = 12755411232183987200000000000$ و $40! = 25510822464367974400000000000$ و $41! = 51021644928735948800000000000$ و $42! = 102043289857471896000000000000$ و $43! = 204086579714943792000000000000$ و $44! = 408173159429887584000000000000$ و $45! = 816346318859775168000000000000$ و $46! = 163269263771955033600000000000$ و $47! = 326538527543910067200000000000$ و $48! = 653077055087820134400000000000$ و $49! = 130615411017564026880000000000$ و $50! = 261230822035128053760000000000$ و $51! = 522461644070256107520000000000$ و $52! = 1044923288140512215040000000000$ و $53! = 2089846576281024430080000000000$ و $54! = 4179693152562048860160000000000$ و $55! = 8359386305124097720320000000000$ و $56! = 16718772610248195440640000000000$ و $57! = 33437545220496390881280000000000$ و $58! = 66875090440992781762560000000000$ و $59! = 133750180881985563525120000000000$ و $60! = 267500361763971127050240000000000$ و $61! = 535000723527942254100480000000000$ و $62! = 1070001447055884508200960000000000$ و $63! = 2140002894111769016401920000000000$ و $64! = 4280005788223538032803840000000000$ و $65! = 8560011576447076065607680000000000$ و $66! = 17120023152894152131215360000000000$ و $67! = 34240046305788304262430720000000000$ و $68! = 68480092611576608524861440000000000$ و $69! = 13696018522315321704922880000000000$ و $70! = 27392037044630643409855760000000000$ و $71! = 54784074089261286819711520000000000$ و $72! = 10956814817852257363943040000000000$ و $73! = 21913629635704514727880000000000000$ و $74! = 43827259271409029455600000000000000$ و $75! = 87654518542818058911200000000000000$ و $76! = 175309037085636117822400000000000000$ و $77! = 350618074171272235644800000000000000$ و $78! = 701236148342544471289600000000000000$ و $79! = 1402472296685088942579200000000000000$ و $80! = 2804944593370177885158400000000000000$ و $81! = 5609889186740355770316800000000000000$ و $82! = 11219778373480711540633600000000000000$ و $83! = 22439556746961423081267200000000000000$ و $84! = 44879113493922846162534400000000000000$ و $85! = 89758226987845692325068800000000000000$ و $86! = 179516453975691384650137600000000000000$ و $87! = 359032907951382769300275200000000000000$ و $88! = 718065815902765538600550400000000000000$ و $89! = 1436131631805531077201100800000000000000$ و $90! = 2872263263611062154402201600000000000000$ و $91! = 5744526527222124308804403200000000000000$ و $92! = 11489053054444248617608806400000000000000$ و $93! = 22978106108888497235217612800000000000000$ و $94! = 45956212217776994470435225600000000000000$ و $95! = 91912424435553988940870451200000000000000$ و $96! = 183824848871107977881740902400000000000000$ و $97! = 367649697742215955763481804800000000000000$ و $98! = 735299395484431911526963609600000000000000$ و $99! = 1470598790968863823053927219200000000000000$ و $100! = 2941197581937727646107854438400000000000000$ و $101! = 5882395163875455292215708876800000000000000$ و $102! = 11764790327750910584431417733600000000000000$ و $103! = 23529580655501821168862835467200000000000000$ و $104! = 47059161311003642337725670934400000000000000$ و $105! = 94118322622007284675451341868800000000000000$ و $106! = 188236645244014569350902683737600000000000000$ و $107! = 376473290488029138701805367475200000000000000$ و $108! = 752946580976058277403610734950400000000000000$ و $109! = 150589316195211655480722146900800000000000000$ و $110! = 301178632390423310961444293801600000000000000$ و $111! = 602357264780846621922888587603200000000000000$ و $112! = 1204714529561693243845777175206400000000000000$ و $113! = 2409429059123386487691554350412800000000000000$ و $114! = 4818858118246772975383108700825600000000000000$ و $115! = 9637716236493545950766217401651200000000000000$ و $116! = 19275432472987091901532434803202400000000000000$ و $117! = 38550864945974183803064869606404800000000000000$ و $118! = 77101729891948367606129739212809600000000000000$ و $119! = 154203459783896735212259478425792000000000000000$ و $120! = 308406919567793470424518956851584000000000000000$ و $121! = 616813839135586940849037913713168000000000000000$ و $122! = 1233627678271173881698075827426336000000000000000$ و $123! = 2467255356542347763396151654852672000000000000000$ و $124! = 4934510713084695526792303309705344000000000000000$ و $125! = 9869021426169391053584606619410688000000000000000$ و $126! = 19738042852338782107169213238821360000000000000000$ و $127! = 394760857046775642143384264776427200000000000000000$ و $128! = 7895217140935512842867685295528544000000000000000000$ و $129! = 157904342818710256857333705910569600000000000000000000$ و $130! = 315808685637420513714667411821139200000000000000000000$ و $131! = 6316173712748410274293348236422784000000000000000000000$ و $132! = 126323474254968205485866964728455680000000000000000000000$ و $133! = 252646948509936410971733929456911200000000000000000000000$ و $134! = 5052938970198728219434678589138224000000000000000000000000$ و $135! = 10105877940397456438869357178276480000000000000000000000000$ و $136! = 20211755880794912877738714356552960000000000000000000000000$ و $137! = 40423511761589825755477428713105920000000000000000000000000$ و $138! = 80847023523179651510954857426211840000000000000000000000000$ و $139! = 161694047046359303021909148452236800000000000000000000000000$ و $140! = 323388094092718606043818296894473600000000000000000000000000$ و $141! = 646776188185437212087636593788947200000000000000000000000000$ و $142! = 1293552376370874424175273187577894400000000000000000000000000$ و $143! = 2587104752741748848350546375155788800000000000000000000000000$ و $144! = 5174209505483497696701092750311577600000000000000000000000000$ و $145! = 10348419010966995393402185500623553600000000000000000000000000$ و $146! = 20696838021933990786804370001247072000000000000000000000000000$ و $147! = 41393676043867981573608740002494144000000000000000000000000000$ و $148! = 82787352087735963147217480004988288000000000000000000000000000$ و $149! = 165574704175471926294434960009977576000000000000000000000000000$ و $150! = 331149408350943852588869920019955152000000000000000000000000000$ و $151! = 662298816701887705177739840039910304000000000000000000000000000$ و $152! = 132459763340377541035547968007982068800000000000000000000000000$ و $153! = 264919526680755082070855936015961376800000000000000000000000000$ و $154! = 529839053361510164141711872031932753600000000000000000000000000$ و $155! = 1059678106723020328283423744063865112000000000000000000000000000$ و $156! = 211935621344604065656684748812731024000000000000000000000000000$ و $157! = 423871242689208131313369497625462048000000000000000000000000000$ و $158! = 847742485378416262626738995250920096000000000000000000000000000$ و $159! = 169548497075683252525347799050184019200000000000000000000000000$ و $160! = 339096994151366505050695598100368038400000000000000000000000000$ و $161! = 678193988302733010101391196200736076800000000000000000000000000$ و $162! = 135638797660546602020278239240147215360000000000000000000000000$ و $163! = 271277595321093204040556478480294430720000000000000000000000000$ و $164! = 542554990642186408081112956960588861440000000000000000000000000$ و $165! = 108510998128437281616222591392117772288000000000000000000000000$ و $166! = 217021996256874563232445182784235545568000000000000000000000000$ و $167! = 434043992513749126464890365568471091120000000000000000000000000$ و $168! = 868087985027498252929780731136882182240000000000000000000000000$ و $169! = 173617597005497650585956146227364364480000000000000000000000000$ و $170! = 347235194010993201171912292454727329600000000000000000000000000$ و $171! = 694470388021986402343824584909454659200000000000000000000000000$ و $172! = 138894077604397280468764916981889319200000000000000000000000000$ و $173! = 277788155208794560937529833963778638400000000000000000000000000$ و $174! = 555576310417589121875059667927557356800000000000000000000000000$ و $175! = 111115262083517824375011933585511471200000000000000000000000000$ و $176! = 222230524167035648750223867170774424000000000000000000000000000$ و $177! = 444461048334071297504467734341548848000000000000000000000000000$ و $178! = 888922096668142595008935468683096896000000000000000000000000000$ و $179! = 177784419333628519001787093736619379200000000000000000000000000$ و $180! = 355568838667257038003574187473238758400000000000000000000000000$ و $181! = 7111376773345140760071483749464755168000000000000$	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشوری ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (نمره) (ص ۵۳) (به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:	۱
۱۲	(۰/۷۵) $۴x_۱ + ۲^۴ = ۳۸۴$ (۰/۲۵) (ص ۷۱)	۱
۱۳	$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۶$ $x_۳ = ۳$ $x_۴ \geq ۳$, $x_۵ \geq ۵$ (۰/۵) \rightarrow $x_۱ + x_۲ + ۳ + y_۴ + ۳ + y_۵ + ۵ = ۱۶$ (۰/۲۵) $x_۱ + x_۲ + y_۴ + y_۵ = ۵$ $x_i \geq ۰$, $y_۵ \geq ۰$ (۰/۲۵) \rightarrow $\binom{۵+۴-۱}{۴-۱} = ۵۶$ (۰/۷۵) (ص ۷۱)	۱/۷۵
۱۴	فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس‌های حاضر در کلاس باشند. (۰/۲۵) طبق مربع لاتین ۳×۳ زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می‌شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲)	۱/۲۵
۱۵	$ A \cup B = s - A \cap B = s - A - B + A \cap B $ (۰/۲۵) $ s = ۶۳$ (۰/۲۵), $ A = ۲۱$ (۰/۲۵), $ B = ۱۲$ (۰/۲۵), $ A \cap B = ۴۲$ (۰/۲۵) (ص ۸۳) $\Rightarrow A \cup B = ۳۳۶$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۶	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ضلع ۶ مربع به تقسیم می‌کنیم و هوقسمت را یک لانه فرض می‌کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: $AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \rightarrow AB^۲ < ۲^۲ + ۲^۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB^۲ < ۸$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB < \sqrt{۸}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»