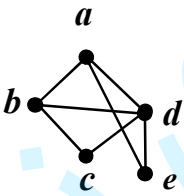
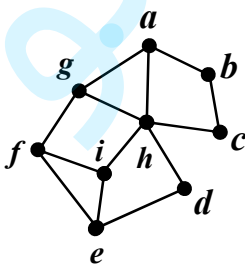


سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

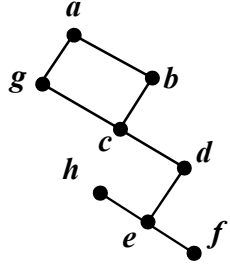
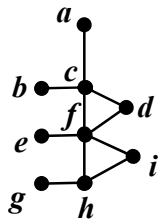
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a b$ و $a \neq 0$، در این صورت $a > b$.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a c, b c)$ و $(\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r \pmod{m}$.</p> <p>ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲ برابر ۲- است.</p>	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $4k + 1 \equiv 5 \pmod{25}$ ، ثابت کنید $16k^2 + 28k + 6 \equiv 25 \pmod{25}$.	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است.</p> <p>ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>	۱
۷	<p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱
		
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p>	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

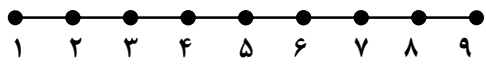
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).	نمره
------	---	------

۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵	
۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱	
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵	
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱	
۱۳	با ارقام ۹، ۷، ۶، ۵، ۳، ۳، ۱، ۱، ۱، ۱ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱	
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵	
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲	$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵	
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵	
	"موفق باشید"	جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح																				
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱) ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م. صفحه ۱۳) ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)																				
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$																				
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱) $\begin{aligned} 27 = 13 \times 2 + 1 &\Rightarrow 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (27)^{20} \equiv 1 \pmod{13} \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \pmod{13} \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \pmod{13} \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۵	فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29$. (۰/۵) از طرفی $131 \equiv 5 \pmod{7}$. بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است. (۰/۲۵)																				
	<table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <thead> <tr> <th>ش</th> <th>ی</th> <th>د</th> <th>س</th> <th>چ</th> <th>پ</th> <th>ج</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </tbody> </table> (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)							ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)																				
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). (تعریف مسیر و گراف C_n صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود). ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)																				
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)																				
۹	برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$. (۰/۲۵) برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$. (۰/۲۵) بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$. (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)																				

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	رسم گراف (۰/۵).  $D = \{2, 5, 8\}$	۱
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)	۱
۱۳	(۱) $\frac{9!}{3! \times 2!}$	۱
۱۴	(تمرین ۹ صفحه ۷۱) $x_r = 4, x_d \geq 3 \Rightarrow x_d = y_d + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_d + x_e = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_d + x_e = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۵	الف) $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{bmatrix} 34 & 41 & 13 & 22 \\ 22 & 13 & 41 & 34 \\ 13 & 22 & 34 & 41 \\ 41 & 34 & 22 & 13 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۲
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{3^5}{3} - \binom{3 \times 3^5}{3} - \binom{3}{3} = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $k+1 = 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k \times 84 + 1 = 505 \xrightarrow{n=84} kn+1 = \text{تعداد کبوترها}$ در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	