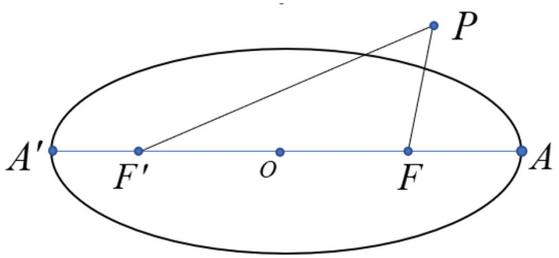
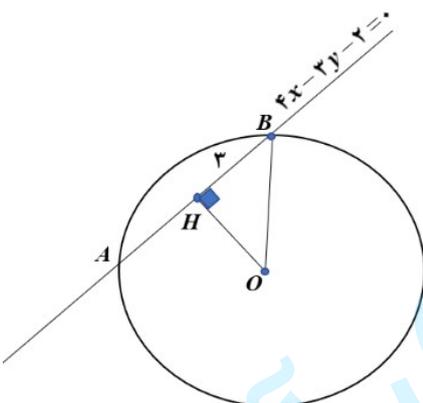


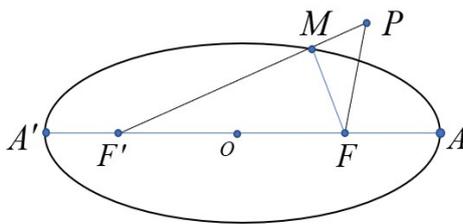
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					
سوالات فصل اول						
۱	۰.۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B، در حالت کلی رابطه $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ برقرار است.</p> <p>ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.</p>				
۲	۱.۲۵	<p>ماتریس های $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ -2 & m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ چنان هستند که $C = 3A + 2B$ ماتریس قطری است. مقدار m و مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس C را حساب کنید.</p>				
۳	۱	<p>با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$، ماتریس A^5 را محاسبه کنید.</p>				
۴	۱.۷۵	<p>الف) اگر A ماتریس 2×2 و اسکالر باشد و $a_{33} = 3$ در این صورت A و A را بیابید.</p> <p>ب) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$، ($k$ عددی حقیقی است) را در نظر بگیرید. با محاسبه A و B نشان دهید که: $B = k A$.</p>				
۵	۱.۵	<p>دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p>				
سوالات فصل دوم						
۶	۰.۵	<p>برای هر یک از عبارات های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (<u>سهمی</u> - <u>بیضی</u> - <u>نقطه</u>) انتخاب کرده و در پاسخ برگ وارد کنید (یک مورد اضافی است).</p> <p>الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از راس آن بگذرد.</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>				
۷	۱.۵	<p>نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (درباره تعداد جواب های مسأله بحث کنید).</p>				
۸	۱.۵	<p>مقدار m را چنان تعیین کنید که دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$ با دایره به مرکز $O(2, -3)$ و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.</p>				

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $4x - 3y = 2$ و تری به طول ۶ جدا کند.				
۱۰	<p>الف) خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.</p> <p>ب) نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F و F' مفروض است. ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$ (رسم شکل در پاسخ‌برگ الزامی است).</p> 				
۱۱	سهمی به معادله $4y^2 - 4x = 4y$ داده شده است. مختصات راس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.				
سؤالات فصل سوم					
۱۲	<p>جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معادله صفحه گذرنده از نقطه $A(2, 3, -1)$ و عمود بر محور x ها به صورت می‌باشد.</p> <p>ب) اگر $A(-1, 0, 3)$ و $B(5, 2, -3)$ مختصات نقطه M وسط پاره خط AB به صورت است.</p> <p>پ) برای هر دو بردار دلخواه \vec{a} و \vec{b}، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر می‌باشد.</p> <p>ت) حاصل $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}$ برابر است.</p>				
۱۳	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $. (منظور از $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ قدر مطلق مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ می‌باشد).				
۱۴	فرض کنید $\vec{a} = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ ، تصویر قائم بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را بر امتداد بردار \vec{b} به دست آورید.				
۱۵	نقاط $A(1, 0, 0)$ و $B(0, -2, 0)$ و $C(0, 0, 3)$ داده شده‌اند. ابتدا حاصل $\vec{AB} \times \vec{AC}$ را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث ABC را به دست آورید.				
۱۶	حجم متوازی السطوح ایجاد شده توسط بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را بیابید.				

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱	الف) نادرست (۵/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی ب) درست (۵/۲۵) صفحه ۲۳ کتاب درسی	نمره ۰.۵
۲	صفحات ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی اگر به صورت مستقیم ماتریس C محاسبه شده بود (۵/۷۵) نمره داده شود. مجموع درایه‌های قطراسلی = ۹ (۵/۲۵) $C = 3A + 2B = \begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}$ $3m - 6 = 0 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$	۱.۲۵
۳	صفحه ۲۰ کتاب درسی <u>روش اول:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = (2I) \times (2I) = 4I^2 = 4I$ $\Rightarrow A^5 = A \times A^4 = A \times (4I) = 4A \quad \text{یا} \quad A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش دوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = A \times (2I) = 2A$ $\Rightarrow A^5 = A^2 \times A^3 = (2I) \times (2A) = 4A \quad \text{یا} \quad A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش سوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^4 = A \times A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^5 = A \times A^4 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۴	<p>الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 9$ <p>ب) صفحه ۳۱ کتاب درسی</p> $\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A = (adf + 0 + 0) - (edc + 0 + 0) = adf - edc$ $\begin{vmatrix} ka & kb & kc & ka & kb \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow B = kadf - kedc = k(adf - edc) = k A $	۱۰۲۵
۵	<p>صفحه ۲۵ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (} 0/25 \text{)} \\ y = 2 \text{ (} 0/25 \text{)} \end{cases}$ <p>نگارشی دیگر:</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (} 0/25 \text{)} \\ y = 2 \text{ (} 0/25 \text{)} \end{cases}$	۱۰۵
۶	<p>الف) نقطه (۰/۲۵) صفحه ۳۵ کتاب درسی</p> <p>ب) سهمی (۰/۲۵) صفحه ۵۱ کتاب درسی</p>	۰۰۵
۷	<p>صفحه ۳۹ کتاب درسی</p> <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله 2cm باشند، دایره ای به مرکز A با شعاع 2cm می باشد (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله 3cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله 3cm از آن هستند (۰/۲۵). نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L')، جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می کند. در این حالت مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط L و L' را قطع نمی کند. در این حالت مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵)</p> <p>(اگر حالت های بالا با رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.)</p>	۱۰۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۸	<p>صفحه ۴۶ کتاب درسی</p> <p>$O(۲, -۳), r = ۳$</p> <p>$O'(-۱, ۱), r' = \frac{1}{2}\sqrt{۸-۴m} = \sqrt{۲-m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{۹+۱۶} = ۵, r+r' = d \Rightarrow ۳ + \sqrt{۲-m} = ۵ \Rightarrow \sqrt{۲-m} = ۲ \Rightarrow ۲-m = ۴ \Rightarrow m = -۲$</p> <p>نگارشی دیگر:</p> <p>$O'(-۱, ۱), r' = \frac{1}{2}\sqrt{۸-۴m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{۹+۱۶} = ۵, r+r' = d \Rightarrow ۳ + \frac{1}{2}\sqrt{۸-۴m} = ۵ \Rightarrow \sqrt{۸-۴m} = ۴ \Rightarrow ۸-۴m = ۱۶ \Rightarrow m = -۲$</p>	۱۰۵
۹	<p>صفحه ۴۳ کتاب درسی</p> <p>شعاع عمود بر وتر آن وتر را نصف می کند، لذا $HB = ۳$</p> <p>(یا تعیین HB روی شکل (۵/۲۵) نمره)</p> <p>$OH = \frac{ ۴+۳-۲ }{\sqrt{۱۶+۹}} = \frac{۵}{۵} = ۱ \Rightarrow r^2 = OH^2 + HB^2 = ۱+۹ = ۱۰$</p> <p>معادله دایره: $(x-۱)^2 + (y+۱)^2 = ۱۰$</p> 	۱۰۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱۰	<p>الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی</p> <p>روش اول:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}}_{\text{○/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{\text{○/۲۵}}$ <p>روش دوم:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{\text{○/۲۵}}$ <p>ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی</p> <p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). (○/۲۵)</p> <p>در مثلث PMF بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم: $\underbrace{PF + MP > MF}_{\text{○/۲۵}}$</p> <p>پس با افزودن MF' به طرفین نامساوی خواهیم داشت:</p> $\underbrace{PF + MP + MF'}_{\text{○/۲۵}} > MF + MF' \Rightarrow \underbrace{PF + PF'}_{\text{○/۲۵}} > 2a$ <p>نگارشی دیگر:</p> <p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). (○/۲۵)</p> $PF + PF' = \underbrace{PF + PM + MF'}_{\text{○/۲۵}} > \underbrace{MF + MF'}_{\text{○/۲۵}} = 2a$	<p>۱.۷۵</p> 
۱۱	<p>صفحه ۵۵ کتاب درسی</p> $\underbrace{y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)}_{\text{○/۲۵}}$ <p>لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:</p> $\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{S(-1, 2)}_{\text{○/۵}} \text{ راس سهمی} \quad \text{و} \quad \underbrace{4a = 4 \Rightarrow a = 1}_{\text{○/۲۵}}$ <p>خط هادی $\underbrace{x = -2}_{\text{○/۲۵}}$ و کانون $\underbrace{F(0, 2)}_{\text{○/۲۵}}$</p> <p>(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)</p>	<p>۱.۵</p>
۱۲	<p>الف) $x = 2$ (○/۲۵) صفحه ۶۶ کتاب درسی</p> <p>ب) $(2, 1, 0)$ (○/۲۵) صفحه ۷۶ کتاب درسی</p> <p>ت) $-3\vec{k}$ یا $(0, 0, -3)$ (○/۲۵) صفحه ۸۲ کتاب درسی</p> <p>پ) صفر (○/۲۵) صفحه ۸۲ کتاب درسی</p>	<p>۱</p>

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>صفحه ۷۹ کتاب درسی</p> <p>روش اول: فرض می کنیم θ زاویه بین دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \Rightarrow \underbrace{ \vec{a} \cdot \vec{b} }_{\circ/\delta} = \underbrace{ \vec{a} \vec{b} }_{\circ/\delta} \underbrace{ \cos \theta }_{\leq 1} \leq \underbrace{ \vec{a} \vec{b} }_{\circ/\delta} (1) = \vec{a} \vec{b} $ <p>روش دوم: فرض می کنیم $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \cdot \vec{b} ^2}_{\circ/\delta} \leq \underbrace{ \vec{a} ^2}_{\circ/\delta} \underbrace{ \vec{b} ^2}_{\circ/\delta} \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$ $\Leftrightarrow \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + 2a_1 b_1 a_3 b_3 + 2a_2 b_2 a_3 b_3}_{\circ/\delta} \leq \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_1^2 b_2^2 + a_1^2 b_3^2 + a_2^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_3^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2}_{\circ/\delta}$ $\Leftrightarrow \underbrace{0 \leq a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_1^2 + a_1^2 b_2^2 - 2a_1 b_1 a_3 b_3 + a_3^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_3^2 b_2^2}_{\circ/\delta} \Leftrightarrow 0 \leq (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 + (a_1 b_3 - a_3 b_1)^2 + (a_2 b_3 - a_3 b_2)^2$ <p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است. (۰/۲۵)</p>	۱
۱۴	<p>صفحات ۸۰ و ۸۴ کتاب درسی</p> $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = (3, -1, 1) - (1, 0, 1) = (2, -1, 0)$ $\left. \begin{array}{l} \vec{c} \cdot \vec{b} = 2 + 0 + 0 = 2 \\ \vec{b} = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2}{2} (1, 0, 1) = (1, 0, 1)$	۱.۷۵
۱۵	<p>صفحه ۸۴ کتاب درسی</p> $\left. \begin{array}{l} \vec{AB} = (-1, -2, 0) \\ \vec{AC} = (-1, 0, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = (-6, 3, -2) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \vec{AB} \times \vec{AC} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 9 + 4} = \frac{7}{2}$	۱.۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	<p>صفحه ۸۳ کتاب درسی</p> <p><u>روش اول:</u></p> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} = -2 = 2$ <p><u>روش دوم:</u></p> $\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{\circ/۲۵} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} = -2 = 2$ <p>(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلط استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)</p>	۰.۷۵