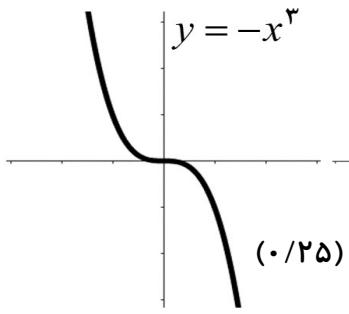
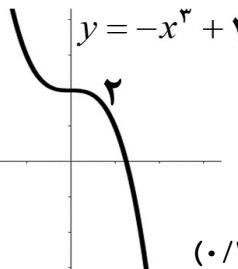


ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح		رشنده: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون: دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir				
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۰.۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>y = f(x)</math> با دامنه <math>\mathbb{R}</math> مفروض است. برد تابع‌های <math>y = f(3x)</math> و <math>y = f(5x)</math> یکسان است.</p> <p>ب) تابع <math>y = \tan x</math> در بازه <math>(\pi, 2\pi)</math> صعودی است.</p> <p>پ) تابع <math>f(x) =  x - 1 </math> در تمام نقاط حقیقی پیوسته است پس در <math>\mathbb{R}</math> مشتق پذیر است.</p>			
۱	<p>هریک از جمله‌های زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع ..... هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>ب) در تقسیم چندجمله‌ای <math>10 - 3x - 2x^2 + 5x^3</math> بر <math>x</math>، باقی مانده تقسیم برابر ..... است.</p> <p>پ) دو پیشامد را ..... گوییم هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.</p> <p>ت) اگر صفحه‌ای سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پایینی قطع کند و از رأس نگزارد شکل حاصل را ..... می‌نامیم.</p>			
۰.۷۵	نمودار تابع $y = -x^3 + 2$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.			
۱	اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشند آنگاه $D_{fog}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.			
۰.۷۵	فرض کنید $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x^3 - 1$ باشند. در این صورت $(gof)^{-1}$ را بیابید.			
۱	<p>نمودار تابع <math>y = a \sin(bx) + c</math> به صورت زیر است. ضابطه‌ی آن را مشخص کنید.</p>			
۱.۷۵	<p>الف) با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر <math>\frac{\pi}{4} &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math> باشد آنگاه مقادیر <math>\cos \alpha</math> و <math>\tan \alpha</math> را با هم مقایسه کنید.</p> <p>ب) معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$			

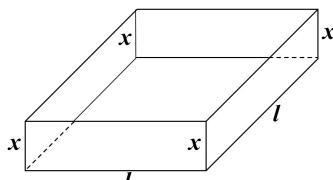
ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	عنوان: علوم تجربی	رشته: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir				
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
	حدود زیر را محاسبه کنید.			
۱.۷۵	<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{2 - \frac{3}{x^3}} =</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} =</math></p> <p>(پ) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x+1}} =</math></p>			
۱.۲۵	<p>با توجه به شکل، اگر <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10</math> باشد معادله خط <math>d</math> را به دست آورید.</p>			
۱.۲۵	<p>مشتق تابع داده شده را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> $h(x) = \left( \frac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{1+x}} \right)^6$			
۱	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases} 2x^3 &amp; x &lt; 2 \\ 6x - 4 &amp; x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 &amp; x &gt; 2 \end{cases}</math> را در نقطه <math>x = 2</math> بررسی کنید.</p>			

ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح		رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳				
ردیف	نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	دروازه ۵	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	
۱۲	۱.۲۵	گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از $t$ ثانیه از رابطه $V = 20 - \frac{t}{50}$ به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 50]$ می‌شود؟	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir	ریاضی ۳	دشته: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
۱۳	۱.۵	با رسم جدول تغییرات تابع، طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید.	$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 15x + 4$					
۱۴	۱.۵	ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع $30\text{ cm}$ را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع $x$ برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبه‌ی دربار بسازیم. مقدار $x$ چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟						
۱۵	۱.۲۵	اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و طول قطر کوچک آن $10$ باشد آنگاه فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید.						
۱۶	۱	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.						
۱۷	۱.۲۵	یک سکه را پرتاب می‌کنیم اگر «پشت» بیاید $3$ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر «رو» بیاید $2$ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود چقدر است؟						

رشنده: علوم تجربی		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir			
نمره	راهنمای تصحیح		
۰.۷۵	الف) درست ص ۲۱ ب) نادرست ص ۳۹ پ) نادرست ص ۷۸ هر مورد (۰/۲۵)	۱	
۱	الف) ثابت ص ۷ ب) صفر ص ۵۰ و ۵۱ پ) مستقل ص ۱۴۴ ت) هذلولی ص ۱۲۷ هر مورد (۰/۲۵) در قسمت الف کلمه «ثابت» یا هر مثالی ازتابع ثابت نمره لحاظ گردد.	۲	
۰.۷۵	 <p>(۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p>	۳	تابع اکیداً نزولی است. (۰/۲۵)
	توجه ۱: در صورتی که دانش آموز از کلمه «نزولی» استفاده کند، نمره تعلق گیرد. توجه ۲: با رسم شکل نهایی نمره کامل شکل لحاظ شود.		
			صفحه ۹
۱	$D_{fog} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \overbrace{\{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\}}^{(0/25)}$ $\underbrace{\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0}_{(0/25)}$ $D_{fog} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \quad \text{یا} \quad [-1, +\infty) - \{0\} \quad (0/25)$	۴	
۰.۷۵	$(gof)^{-1}(4) = \overbrace{(f^{-1} \circ g^{-1})(4)}^{(0/25)} = \overbrace{f^{-1}(2)}^{(0/25)} = \overbrace{3}^{(0/25)}$ $(gof)(x) = 4 \Rightarrow \underbrace{\left( (1 + \sqrt{x-2})^3 - 1 \right)}_{(0/5)} = 4 \Rightarrow \underbrace{x = 3}_{(0/25)}$ $(gof)(x) = (1 + \sqrt{x-2})^3 - 1 \quad (0/25) \Rightarrow (gof)^{-1}(x) = \left( \sqrt[3]{x+1} - 1 \right)^3 + 2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow (gof)^{-1}(4) = 3 \quad (0/25)$	۵	روش اول: روش دوم: روش سوم: صفحه ۲۲
			صفحه ۲۹

علوم تجربی		رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدد آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
$\begin{cases}  a  + c = \frac{4}{3} \\ - a  + c = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\  a  = \frac{\max - \min}{2} \end{cases} \xrightarrow{(. / 25)} \overbrace{c = 1}^{(. / 25)}, \overbrace{ a  = \frac{1}{3}}^{(. / 25)}$ $T = \frac{2\pi}{ b } \xrightarrow{(. / 25)} \overbrace{ b  = 2}^{(. / 25)}$ $\Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin(2x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = \frac{1}{3} \sin(-2x) + 1 \quad (0 / 25)$	۶	صفحه ۳۵ و ۳۶	
۱.۷۵	$\tan \alpha > \cos \alpha \quad (0 / 25)$ $2 \cos^2 x - 1 - 13 \cos x - 6 = 0 \quad \Rightarrow 2 \cos^2 x - 13 \cos x - 7 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = +7 \end{cases} \quad \text{غیر قابل} \quad (0 / 25)$ $\Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (0 / 25)$		
	۴۱ صفحه	۴۸ صفحه	
$\text{الف) } \frac{-1}{2} \quad (0 / 25)$ $\text{ب) } \frac{1}{(\cdot)^-} = -\infty \quad (0 / 25)$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 + 3x + 2)}{\sqrt[3]{x+1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x} + 1} \quad (0 / 25) \quad = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x+2)(\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x} + 1)}{\cancel{(x+1)}} = \frac{0 / 25}{3}$	۷	۸	
توجه: در قسمت «ب» در صورتی که دانش آموز فقط جواب آخر را نوشته است نمره کامل تعلق گیرد.		الف) صفحه ۶۴ ب) صفحه ۵۷ ب) صفحه ۵۳	

علوم تجربی		رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳																							
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم																							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳																							
نمره	راهنمای تصحیح			ردیف																						
۱.۲۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta(f(x) - f(2))}{x - 2} = \Delta f'(2) \quad (0/5) \quad \rightarrow \overbrace{f'(2) = 2}^{(0/25)} \quad \rightarrow \overbrace{y = 2x - 1}^{(0/5)}$			۹ صفحه ۷۲ و ۷۳																						
۱.۲۵	$h'(x) = \frac{(\sqrt{1-3x})^5}{(2\sqrt{1-3x})(2+x)} \left( \frac{-3}{2\sqrt{1-3x}}(2+x) - (1)(\sqrt{1-3x}) \right) \quad (0/25)$			۱۰ صفحه ۸۸ و ۹۲																						
۱	$f'(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 2\left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) & x > 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \overbrace{f'_+(2) = 1}^{(0/25)}, \quad \overbrace{f'_-(2) = 8}^{(0/25)}$			۱۱ در $x = 2$ پیوسته است. (۰/۲۵)																						
۱.۲۵	$20(2)\left(1 - \frac{t}{50}\right)\left(-\frac{1}{50}\right) \quad \text{یا} \quad -\frac{4}{50}\left(1 - \frac{t}{50}\right) \quad (0/5)$ $\text{آهنگ متوسط} = \frac{0 - 20}{50 - 0} \quad (0/25) = \frac{-2}{5} \quad (0/25)$			۱۲ پس در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) صفحه ۹۱																						
۱.۲۵	$t = \frac{25}{25} \quad (0/25)$			از برابری آهنگ متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم صفحه ۱۰۰																						
۱.۵	$\overbrace{f'(x) = 2x^3 - x - 15 = 0}^{(0/25)} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \overbrace{x = 3}^{(0/25)} \\ \overbrace{x = -\frac{5}{2}}^{(0/25)} \end{cases}$			۱۳ جدول																						
$\text{طول نقاط} \quad \text{و} \quad \max \quad \text{و} \quad \min \quad \text{هر مورد} \quad ۰/۲۵ \quad \text{و} \quad \text{جدول} \quad ۰/۲۵$			<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td><math>-\frac{5}{2}</math></td><td>۳</td><td></td></tr> <tr> <td><math>f'</math></td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>f</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td></td><td><math>\searrow</math></td><td></td><td><math>\nearrow</math></td></tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td><math>\max</math></td><td><math>\min</math></td></tr> </table>		$x$	$-\frac{5}{2}$	۳		$f'$	+	۰	-	۰	+	$f$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$					$\max$	$\min$
$x$	$-\frac{5}{2}$	۳																								
$f'$	+	۰	-	۰	+																					
$f$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$																					
				$\max$	$\min$																					
صفحه ۱۱۲																										

علوم تجربی		رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدد آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
 $v = x l^2$ $2x + l = 30 \rightarrow l = 30 - 2x \rightarrow v = x(30 - 2x)^2 \text{ یا } 4x^3 - 120x^2 + 900x, x \in [0, 15] \quad (0/25)$ $v'(x) = (30 - 2x)^2 + 2(-2)(30 - 2x)x = 0 \text{ یا } v'(x) = 12x^2 - 240x + 900 = 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \end{cases} \quad (0/25)$		$\begin{array}{c ccc} x & \cdot & 5 & 15 \\ \hline v' & & 0 & 0 \\ v & \nearrow & \searrow & \cdot \\ & 2000 & & \cdot \end{array}$ <p>بیشترین حجم برای <math>x = 5</math> به دست می‌آید <math>(0/25)</math></p> <p>صفحه ۱۱۵</p>	
۱.۵	$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ $BB' = 2b = 10 \rightarrow b = 5$ $a^2 = 25 + \frac{3}{4}a^2 \rightarrow a = 10 \quad \xrightarrow{c=5\sqrt{3}} FF' = 2c = 10\sqrt{3}$		۱۴
۱.۲۵	$r = \frac{\sqrt{3(1) + 4(2) - 1}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \quad \rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = 2$		۱۵
۱	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{7}{16}$		۱۶
۱.۲۵	<p>توجه نمایید که فضای نمونه‌ای هم‌شانس نیست.</p> <p>تذکر: اگر دانش آموزی پاسخ صحیح را به روش نمودار درختی بدست آورد به تناسب پاسخ، نمره تعلق گیرد.</p>		۱۷
		صفحه ۱۴۸	