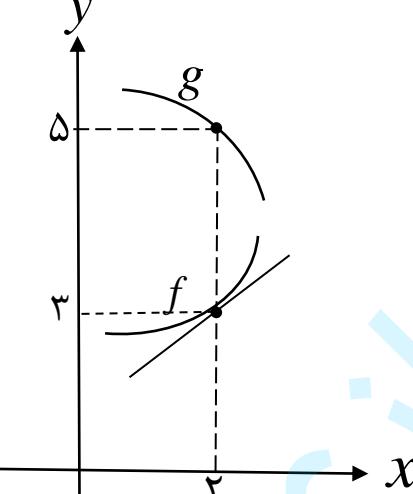


ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

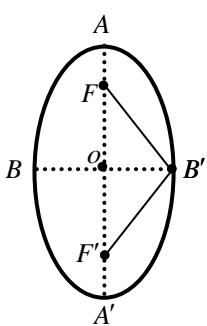
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>(ب) نقطه <math>(1, 1)</math> یک نقطه گوشه ای برای تابع <math>f(x) =  2-x ^x</math> است.</p> <p>(پ) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.</p>	۰/۷۵
۲	<p>درجاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>(الف) اگر <math>f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}</math> باشد، مقدار <math>f(f^{-1}(5))</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ب) اگر <math>A</math> مجموعه اعداد طبیعی اول و <math>B</math> مجموعه اعداد طبیعی مرکب و <math>C = \{x \in A \cup B \mid x \text{ از } A \text{ و } B \text{ افراز روی } f(x) \text{ نمودار تابع } y = f(x) \text{ می باشد.}</math> نقطه متناظر آن روی نمودار تابع <math>y = f(2x)</math> برابر ..... است.</p>	۰/۷۵
۳	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x+1}</math> و <math>g(x) = x-1</math>، آنگاه:</p> <p>(الف) دامنه تابع <math>fog</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>(ب) ضابطه تابع <math>fog</math> را بنویسید.</p>	۱/۲۵
۴	<p>نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع <math>y = a \sin bx + 1</math> است. حاصل <math>ab</math> را بیابید.</p>	۱/۲۵
۵	جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.	۰/۷۵
۶	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟	۰/۵
«ادامه سوالات در صفحه دوم»		

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

۷	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$ (الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x^5}{x^3 - x}$ (پ)
۸	با توجه به نمودارهای توابع $f$ و $g$ حاصل چند برابر $(f')'$ است؟	۱	 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵	$f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$ (الف) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$ (ب) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$ (پ)
۱۰	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^3 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 2]$ است؟	۱/۵	«ادامه سوالات در صفحه سوم»

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

۱۱	بزرگترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تعییرات بیابید.	۱/۵
۱۲	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنهای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	۱/۷۵
۱۳	در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1, 5)$ و $F'(1, 1)$ باشد: یک رأس قطر بزرگ آن $A(1, 6)$ باشد: الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	اگر دو دایره به معادله‌های $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ و $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ مماس خارج باشند، مقدار $m$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۵	مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B مدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، مدلی بالای ۱۸ دارد؟	۱/۷۵
۲۰	"موفق باشید"	جمع نمره



تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش  
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲  
<http://aee.medu.gov.ir>

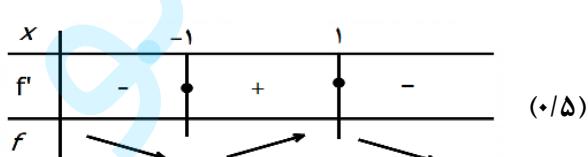
## راهنمای تصحیح

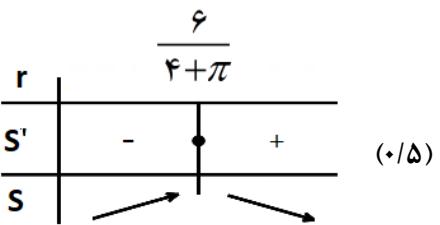
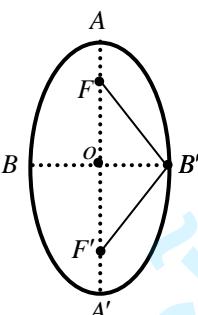
ردیف

۰/۷۵	(پ) درست (۰/۲۵)  (ب) نادرست (۰/۲۵)	(الف) درست (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	(۰/۲۵) (−۱, ۴) (پ)  (۰/۲۵) {۱} (ب)  (۰/۲۵) ۵ (الف)		۲
۱/۲۵	(الف) $D_{fog} = \underbrace{\{x \in R   x - 1 \geq -1\}}_{0/5} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵)  (ب) $f(g(x)) = \underbrace{\sqrt{x-1+1}}_{0/25} = \sqrt{x}$ (۰/۲۵)		۳
۱/۲۵	$\underbrace{\frac{2\pi}{ b }}_{0/25} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)  $\underbrace{ a  = \frac{3 - (-1)}{2}}_{0/25} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ (۰/۲۵)  با توجه به نمودار تابع، $ab$ باید عددی منفی شود بنابراین $ab = -1$ (۰/۲۵)		۴
۰/۷۵	$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = \underbrace{2k\pi}_{0/25} \pm x \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2k\pi}{3}}_{0/25} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2\pi}{3}}_{0/25}$		۵
۰/۵	$f(x) = \frac{1}{[x] - 1}$ تعريف نشده است. (۰/۲۵) - زیرا تابع $f(x)$ در همسایگی راست $x=1$ در نظر گرفته شود.		۶
۱/۵	(الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \underbrace{\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}}_{0/25} \times \underbrace{\frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}}_{(0/25)} = 3$ (۰/۲۵)  (ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{-2}{\underset{0^+}{\sin x}} = -\infty$ (۰/۲۵)  (پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 4x^5}{x^3 - x} = \underbrace{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3}}_{(0/25)} = +\infty$ (۰/۲۵)		۷

## راهنمای تصویر

## ردیف

نمره	راهنمای تصویر	ردیف
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \underbrace{\frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2}}_{0/25} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \underbrace{\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}}_{0/25}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \Delta f'(2) \quad (0/25)$	۸
۲/۲۵	<p>(الف) <math>f'(x) = \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}}_{0/25} (x^3 + 4) + \underbrace{3x^2}_{0/25} (\sqrt{3x+2}) \quad (0/25)</math></p> <p>(ب) <math>g'(x) = \underbrace{\frac{(-14x)(x-6)}{(x-6)^2}}_{0/25} - \underbrace{(1)(-7x^2 + 1)}_{0/25} \quad (0/25)</math></p> <p>(پ) <math>h'(x) = \underbrace{4(2x^3 - 1)^3}_{0/25} (10x^4) \quad 0/25</math></p>	۹
۱/۵	$\underbrace{f'(x) = 4x + 5}_{0/25} \Rightarrow f'(2) = 13 \quad (0/25)$ $\underbrace{\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)}}_{0/25} = \underbrace{\frac{1 - (-1)}{2}}_{0/25} = 1 \quad (0/25)$ <p>پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه <math>x = 2</math>، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه <math>[-2, 0]</math> است. (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱/۵	$\underbrace{f'(x) = -6x^2 + 6}_{0/25} = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)$  <p>پس تابع در بازه <math>[-1, 1]</math> صعودی اکید است. (۰/۲۵)</p>	۱۱

۱۲	$\underbrace{2h + 2r + \pi r = 6}_{\therefore / 25} \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (\cdot / 25)$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (\cdot / 25)$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot / 25)$  $h = \frac{6 - (2 + \pi) \frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot / 25)$	۱/۷۵
۱۳	$FF' = 4 \quad (\cdot / 25), O(1, 3) \quad (\cdot / 25)$ $y = 3 \quad (\cdot / 25)$ $\underbrace{OB'}_{\therefore / 25} = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{5} \quad (\cdot / 25)$ $S = \underbrace{\frac{1}{2}OB' \times FF'}_{\therefore / 25} = 2\sqrt{5} \quad (\cdot / 25)$ 	۱/۷۵
۱۴	$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : \underbrace{O(-1, 2)}_{\therefore / 25}, r = 2 \quad (\cdot / 25)$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : \underbrace{O'(2, -1)}_{\therefore / 25}, r' = m \quad (\cdot / 25)$ $OO' = 3\sqrt{2} \quad (\cdot / 25)$ $\underbrace{OO'}_{\therefore / 25} = r + r' \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2 \quad (\cdot / 25)$	۱/۷۵

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی ۳ راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: زیاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سر کشور در فوتب خرداد ماه سال ۱۴۰۲ <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	<p>(الف)</p> $P(A) = \frac{1}{4}(0/25), \quad P(B) = \frac{3}{4}(0/25)$ <p>(ب)</p> <p>به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.</p>	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره	