

بارم	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	ردیف
------	----------------------------------------	------

۱	درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر دامنه دو تابع باهم برابر و برد آنها نیز با هم برابر باشند، دو تابع برابرند. ب) تابع $g(x) = \sqrt{x-3}$ در نقطه $x = 3$ حد ندارد. پ) برای هر دو تابع f, g داریم: ت) لگاریتم هر عدد مثبت همواره عددی مثبت است.	۱
۱/۵	جهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $\tan(-60^\circ)$ برابر با است. ب) زاویه مرکزی روبه رو به کمانی به طول $\frac{1}{4}cm$ در دایره ای به شعاع $4cm$ برابر.....رادیان است. پ) در تابع $f(x) = a^x$ اگر $a < 1$ باشد با افزایش مقادیر x مقادیر f می یابند.	۲
۱	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) حاصل عبارت $A = [7x] - [2x]$ به ازای $x = -\frac{1}{2}$ کدام است. ۱) -2 ۲) 3 ۳) -3 ۴) 2 ب) مجموع چند جمله از دنباله حسابی $...., 7, 12, x, 17$ برابر 60 است. ۱) 3 ۲) 4 ۳) 5 ۴) 2 ۵) 3 پ) حاصل عبارت $\log_7 \sqrt[3]{49^2}$ کدام گزینه است. ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{4}{2}$ ت) حاصل عبارت $\tan(\theta - \frac{\pi}{4})$ کدام گزینه است. ۱) $-\cot\theta$ ۲) $\cot\theta$ ۳) $-\tan\theta$ ۴) $\tan\theta$	۳
۱	نمودار تابع $f(x) = x - 3 $ را رسم کنید و به کمک آن معادله $ f(x) = 2$ را حل کنید.	۴
۱/۲۵	معادله زیر را به روش جبری حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	۵
۱/۵	دو خط $2x - 2y = 1$ و $3x + 3y = 1$ معادله های دو ضلع یک مستطیل اند و نقطه $A(1,3)$ یک راس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟	۶
۱/۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع gof را بیابید. ب) ضابطه تابع fog را بیابید.	۷

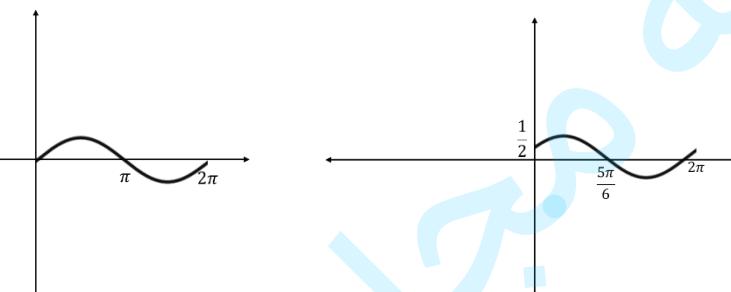
بسمه تعالی

رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۶:۰۰ عصر	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات امتحان هماهنگ درس: حسابان ۱
مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۸	نام و نام خانوادگی :
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خردآدمه سال ۱۴۰۲

بارم	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	ردیف
------	----------------------------------------	------

۰/۷۵	دامنه تابع $f(x) = x^3 - 4x + 5$ را طوری محدود کنید که تابعی وارون پذیر شود.	۸
۱/۵	معادله لگاریتمی زیر را حل کنید. $\log(x-1) + \log(\frac{x}{2}+1) = \log 18 - \log 2$	۹
۰/۵	نیمه عمر عنصری ۲۵ سال است اگر جرم اولیه آن ۲۴ میلی گرم باشد بعد از ۴۰ سال جرم این عنصر چقدر خواهد بود؟ $(2^{-1.6})^{40/32} \approx 0.0001$	۱۰
۱/۲۵	الف) نمودار تابع مثلثاتی $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. ب) نمودار تابع قسمت (الف) در چه نقاطی محور x ها را قطع می کند.	۱۱
۱/۵	فرض کنید $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ و $\cos\beta = \frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم و انتهای کمان β در ربع اول باشد حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.	۱۲
۱/۲۵	الف) نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که دریک همسایگی محدود ناقص $x = 3$ تعریف شود ولی در این نقطه حد نداشته باشد. ب) نمودار تابع g را به گونه ای رسم کنید که در نقطه $x = -2$ حد راست داشته باشد ولی در این نقطه پیوستگی راست نداشته باشد.	۱۳
۳	حاصل حد های زیر را بیابید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9}{\sqrt[3]{x-5} - 2}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 2\cos 2x}{x \sin x}$	۱۴
۱/۵	مقدار α را طوری بیابید که تابع $g(x) = ([x] - \alpha)(x - [x])$ در نقطه $x = -2$ پیوسته باشد.	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید و سربلند

ردیف	بارم	مکار	ردیف
۱		الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)	۱
۱/۵		الف) $\frac{1}{32}$ (۰/۵) ب) $-\sqrt{3}$ (۰/۵) پ) کاهش (۰/۵)	۲
۱		الف) گزینه ۲ (۰/۲۵) ب) گزینه ۳ (۰/۲۵) پ) گزینه ۴ (۰/۲۵) ت) گزینه ۲ (۰/۲۵)	۳
۱		رسم نمودار (۰/۵) 	۴
۱/۲۵		$\sqrt{x+2} = x-4 \rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x-2) = 0$ (۰/۲۵) $x = 2$ غقق (۰/۲۵) $x = 7$ (۰/۲۵)	۵
۱/۵		دو خط برهم عمودند و نقطه A روی این دو خط قرار ندارد، برای به دست آوردن طول و عرض مستطیل کافیست فاصله نقطه A را از این دو خط به دست آوریم: (۰/۲۵) $AH = \frac{ 2x1+3x3-1 }{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{10}{\sqrt{13}}$ (۰/۵) $AH' = \frac{ 3x1-2x3-2 }{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$ (۰/۵) $\text{مساحت مستطیل} = \frac{10}{\sqrt{13}} \times \frac{5}{\sqrt{13}} = \frac{50}{13}$ (۰/۲۵)	۶
۱/۵		$D_f = [-1, \infty)$, $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۵) $D_{gof} = \{x \geq -1 \sqrt{x+1} \in \mathbb{R}\} = [-1, +\infty)$ (۰/۲۵) $fog(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 4}$ (۰/۵)	۷
۰/۷۵		$f(x) = (x-2)^2 + 1$ (۰/۵) در بازه های $(-\infty, 2]$ یا $[2, \infty)$ یا هر زیر مجموعه این دو بازه تابع یک به یک است. (۰/۲۵)	۸

ردیف	بارم	
۹	۱/۵	$\log(x-1) + \log\left(\frac{x}{2}+1\right) = \log 18 - \log 2 \rightarrow \log(x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = \log \frac{18}{2} \rightarrow$ $(x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = 9 \rightarrow \frac{x^2}{2} + x - 10 = 9 \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0$ $x = -5 \quad (0/25)$ $x = 4 \quad (0/25)$
۱۰	۰/۵	$m(40) = 24\left(2^{-\frac{40}{25}}\right) = 24 \times 0.32 = 7.68 \quad (0.5)$
۱۱	۱/۲۵	<p>الف) با توجه به نمودار $y = \sin(x)$ □ این نمودار به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به سمت چپ بر روی محور x نمودار مورد نظر به دست می آید. رسم نمودار (۰/۰ نمره)</p> <p>ب) نمودار تابع در نقاط $\frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ محور x را قطع می کند. (۰/۰ نمره)</p> 
۱۲	۱/۵	$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13} \quad (0/5)$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad (0/5)$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{16}{65} \quad (0/5)$
۱۳	۱/۲۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x-5} - 2} = \dots \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{(\sqrt{3x-5} - 2)(\sqrt{3x-5} + 2)} \quad (0/5)$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{3x-5-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)\sqrt{3x-5} + 2}{3(x-3)} \quad (0/5)$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{3} = \frac{24}{3} = 8 \quad (0/5)$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\cos 2x}{x \sin x} = \dots \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1-\cos 2x)}{x \sin x} \quad (0/25)$</p>
۱۴	۳	

ساعت شروع: ۱۶ عصر	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حسابان ۱
تعداد صفحات: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/۰۸	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش
http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	بارم
------	------

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(\sin x)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{\frac{\sin x}{x}}_1 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{\sin x} = 1 \times 1 = 1 \quad . / 25$	
$1/5 \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-3 - a)(-3) = 9 + 3a \quad . / 5$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^+} (-2 - a)(-2) = 4 + 2a \quad . / 5$ $f(-2) = (-2 - a)(-2) = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a \quad . / 25$ $9 + 3a = 4 + 2a \Rightarrow a = -5 \quad . / 25$ <p>برای بررسی پیوستگی باید در نقطه $x = -2$ حد چپ و راست و مقدار تابع برابر باشند.</p>	15