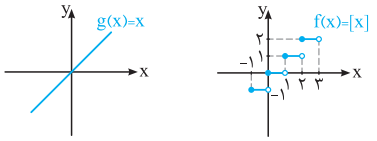
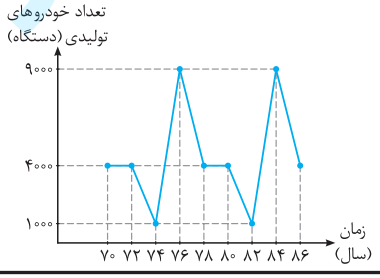
سؤالات امتحان نوبت دوم درس: **ریاضی و آمار ۲**	رشته: **علوم انسانی**	ساعت شروع:	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه (پایان‌سال)			

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از جدول ارزش‌گذاری، درستی یا نادرستی هم‌ارزی روبه‌رو را بررسی کنید. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	۲
۲	اگر گزارهٔ $p \vee q$ نادرست باشد، ارزش گزارهٔ $(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow p$ را تعیین کنید. (بدون رسم جدول)	۱/۵
۳	نام استدلال زیر را بیان کرده و بگویید روش به کار رفته در این استدلال درست است یا خیر؟ نتیجهٔ آن چطور؟ مقدمهٔ ۱: اگر عددی بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه بر ۵ هم بخش‌پذیر است. مقدمهٔ ۲: ۲۱۰۰ بر ۱۰ بخش‌پذیر است. ∴ ۲۱۰۰ بر ۵ بخش‌پذیر است.	۱/۵
۴	هزینهٔ بازی در یک شهربازی (بر حسب هزار تومان) بر اساس مدت زمان بازی (بر حسب ساعت) طبق تابع زیر به‌دست می‌آید: آ) نمودار این تابع را رسم کنید. ب) اگر شخصی ۳ ساعت بازی کند چه مبلغی باید بپردازد؟ پ) $C(\sqrt{2})+C(7)$ را به‌دست آورید. $C(x)=\begin{cases} 4 & 0 \le x < 2 \\ x+4 & 2 \le x < 5 \\ x+6 & 5 \le x \le 8 \end{cases}$	۲
۵	اگر $f(x)=\lvert x^2-3x \rvert$ و $g(x)=\text{sign}(x)$ باشند، حاصل $(f+g)(0)$، $(f.g)(1)$ و $(\frac{g}{f})(-2)$ را به‌دست آورید.	۲
۶	با توجه به نمودارهای f و g، نمودار تابع f − g را رسم کنید. 	۲
۷	نمودار تابع $y=\lvert x-3 \rvert+1$ را به روش انتقال رسم کرده، دامنه و برد آن را تعیین کنید.	۱
۸	طبق فرمول $BMI=\frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}}$، مقدار BMI فردی ۲۰ ساله را به‌دست آورید که وزنش ۹۰ کیلوگرم و قدش ۱۷۰ سانتی‌متر است. سپس با توجه به این‌که نماتوبِ ایده‌آل برای یک فرد ۲۰ ساله ۲۲ است، مشخص کنید این فرد اضافه وزن دارد یا کمبود وزن؟ (از ماشین‌حساب استفاده کنید.)	۱
۹	در کشوری، جمعیت بیکار ۲۰ میلیون نفر و نرخ بیکاری ۲ درصد است. جمعیت فعال این کشور چند میلیون نفر است؟	۱
۱۰	در یک کتاب لاتین، ۱۰ درصد لغات دشوارند و هر جمله به طور میانگین ۳۵ کلمه دارد، شاخص پایهٔ آموزش را به‌دست آورید.	۱
۱۱	درآمد افراد و هم‌چنین تعداد اعضای خانوادهٔ آن‌ها در جدول زیر آمده است. خط فقر را به دو روش نصف میانه و نصف میانگین به‌دست آورید. در هر ۲ روش بگویید به کدام ردیف جدول باید یارانه تعلق بگیرد تا به خط فقر برسند؟ (در محاسبات، از قسمت‌های اعشاری صرف‌نظر کنید.)	۲

ردیف	درآمد ماهانهٔ سرپرست خانوار (هزارتومان)	تعداد اعضای خانواده	سهم هر عضو خانواده از درآمد سرپرست خانواده
۱	۴۰۰	۴	
۲	۶۰۰	۲	
۳	۱۲۰۰	۸	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	در نمودار سری زمانی روبه‌رو به سؤالات خواسته‌شده پاسخ دهید: آ) دورهٔ تناوب نمودار روبه‌رو چیست؟ ب) تعداد خودروها در سال ۱۳۹۰ چقدر است؟ پ) تعداد خودروها را در سال ۱۳۸۳ درون‌یابی کنید. 	۳

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نوبت دوم درس: **ریاضی و آمار ۲**	رشته: **علوم انسانی**
پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه (پایان‌سال)	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ — نمره: ۲

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

هر دو ستون، مانند هم شدند، لذا هم‌ارزی درست است.

۲ — نمره: ۱/۵

ارزش $p \vee q$ نادرست است، پس هم p و هم q نادرست‌اند، لذا:

$$[(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow p] \equiv [(\sim F \Rightarrow \sim F) \Leftrightarrow F] \equiv [(\underbrace{T \Rightarrow T}_{T}) \Leftrightarrow F] \equiv F$$

۳ — نمره: ۱/۵

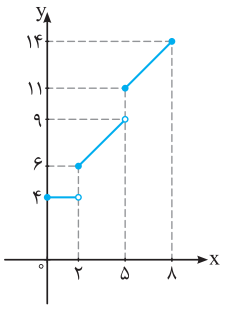
استدلال استثنایی است، چون به شکل مقابل است:

مقدمهٔ ۱: اگر p آن‌گاه q
مقدمهٔ ۲: p
$\therefore q$

روش به کار رفته در استدلال استثنایی همیشه درست است، ولی نتیجهٔ آن وقتی درست است که مقدمهٔ ۱ آن درست باشد.
در این سؤال، مقدمهٔ ۱ درست است، پس نتیجه هم درست است یعنی ۲۱۰۰ بر ۵ بخش‌پذیر است.

۴ — نمره: ۲

آ)



$$y = C(x) = \begin{cases} ۴ & ۰ \le x < ۲ \\ x + ۴ & ۲ \le x < ۵ \\ x + ۶ & ۵ \le x \le ۸ \end{cases}$$

x	۲	۵
y	۶	۹

x	۵	۸
y	۱۱	۱۴

ب)

$$۲ \le ۳ < ۵ \xrightarrow[\text{وسط}]{\text{ضابطهٔ}} C(۳) = ۳ + ۴ = ۷$$

پ)

$$\begin{cases} ۰ \le \sqrt{۲} < ۲ \xrightarrow[\text{اول}]{\text{ضابطهٔ}} C(\sqrt{۲}) = ۴ \\ ۵ \le ۷ \le ۸ \xrightarrow[\text{سوم}]{\text{ضابطهٔ}} C(۷) = ۷ + ۶ = ۱۳ \end{cases} \Rightarrow C(\sqrt{۲}) + C(۷) = ۴ - ۱۳ = -۹$$

۵ — نمره: ۲

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -۱ & x < ۰ \\ ۰ & x = ۰ \\ ۱ & x > ۰ \end{cases}$$

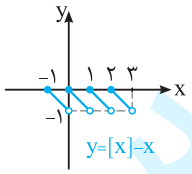
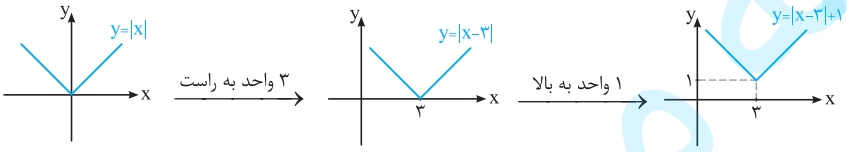
$$(f + g)(۰) = f(۰) + g(۰) = |۰^۲ - ۳(۰)| + ۰ = ۰$$

$$(f.g)(۱) = f(۱) \times g(۱) = |۱^۲ - ۳(۱)| \times ۱ = |-۲| \times ۱ = ۲$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(-۲) = \frac{g(-۲)}{f(-۲)} = \frac{-۱}{|(-۲)^۲ - ۳(-۲)|} = \frac{-۱}{۱۰}$$

مدرسه مجازی آیتو

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نوبت دوم درس: **ریاضی و آمار ۲**	رشته: **علوم انسانی**
پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه (پایان‌سال)	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	از روی شکل‌ها می‌فهمیم که $D_f=\{-۱\le x<۳\}$ و $D_g=\mathbb{R}$، بنابراین: $D_{f-g}=D_f\cap D_g=\{-۱\le x<۳\}$ $f-g=[x]-x$ حالا دامنهٔ تابع $f-g$ را به قطعات کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم تا در هر قطعه (بازه) جواب براکت، فقط یک عدد صحیح شود: $-۱\le x<۰ \Rightarrow [x]=-۱ \xrightarrow{\text{در تابع}} y=-۱-x$ (+۱) — x: −۱، ۰ ؛ y: ۰، −۱ $۰\le x<۱ \Rightarrow [x]=۰ \xrightarrow{\text{در تابع}} y=۰-x=-x$ (+۱) — x: ۰، ۱ ؛ y: ۰، −۱ $۱\le x<۲ \Rightarrow [x]=۱ \xrightarrow{\text{در تابع}} y=۱-x$ (+۱) — x: ۱، ۲ ؛ y: ۰، −۱ $۲\le x<۳ \Rightarrow [x]=۲ \xrightarrow{\text{در تابع}} y=۲-x$ (+۱) — x: ۲، ۳ ؛ y: ۰، −۱ 	۲
۷	 $D_f=\mathbb{R}$ $R_f=\{y\ge ۱\}$	۱
۸	$BMI=\frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}}\Rightarrow BMI=\frac{۹۰}{(۱/۷)^۲}=\frac{۹۰}{۲/۸۹}\simeq ۳۱/۱۴$ چون BMI این شخص بیش‌تر از ۲۲ است لذا این فرد، اضافه وزن دارد.	۱
۹	$\text{نرخ بیکاری}=\frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}}\times ۱۰۰\Rightarrow ۲=\frac{۲۰}{x}\times ۱۰۰\Rightarrow ۲x=۲۰۰۰\Rightarrow x=\frac{۲۰۰۰}{۲}=۱۰۰۰$ (میلیون نفر)	۱
۱۰	شاخص پایهٔ آموزش = [میانگین تعداد کلمات در هر جمله + درصد لغات دشوار] $\times ۰/۴=[۱۰+۳۵]\times ۰/۴=۴۵\times ۰/۴=۱۸$	۱
۱۱	سهم هر عضو ردیف ۱ $=\frac{۴۰۰}{۴}=۱۰۰$ (هزار تومان) — سهم هر عضو ردیف ۲ $=\frac{۶۰۰}{۲}=۳۰۰$ (هزار تومان) سهم هر عضو ردیف ۳ $=\frac{۱۲۰۰}{۸}=۱۵۰$ (هزار تومان) $\bar{x}=\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}=\frac{(۴\times ۱۰۰)+(۲\times ۳۰۰)+(۸\times ۱۵۰)}{۱۴}=\frac{۲۲۰۰}{۱۴}\simeq ۱۵۷$ (هزار تومان) $\text{خط فقر}=\frac{\bar{x}}{۲}=\frac{۱۵۷}{۲}\simeq ۷۸$ (هزار تومان) $\xrightarrow{\text{یافتن میانه}}$ ۱۰۰،۱۰۰،۱۰۰،۱۰۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۱۵۰،۳۰۰،۳۰۰ $\text{خط فقر}=\frac{\text{میانه}}{۲}=\frac{۱۵۰}{۲}=۷۵$ (هزار تومان) — میانه $Q_۲=\frac{۱۵۰+۱۵۰}{۲}=۱۵۰$ پس در هر دو روش، تمام اعضای خانواده‌ها بالای خط فقر قرار دارند و نیازی به یارانه ندارند.	۲
۱۲	آ) دورهٔ تناوب ۸ سال است (نمودار هر ۸ سال، تکرار می‌شود). ب) سال ۹۰ روی محور افقی دیده نمی‌شود، ولی اگر آن را منهای ۸ کنیم به عدد ۸۲ می‌رسیم که تعداد خودروها در آن ۱۰۰۰ دستگاه است. پس در سال ۹۰ هم، وضع به همین صورت است. پ) سال ۸۳ روی محور طول‌ها بین ۸۲ و ۸۴ قرار دارد، لذا: $A(۸۲،۱۰۰۰)،B(۸۴،۹۰۰۰)\Rightarrow m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۹۰۰۰-۱۰۰۰}{۸۴-۸۲}=\frac{۸۰۰۰}{۲}=۴۰۰۰$ $y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۱۰۰۰=۴۰۰۰(x-۸۲)\Rightarrow y=۴۰۰۰x-۳۲۷۰۰۰\xrightarrow{x=۸۳}y=۴۰۰۰(۸۳)-۳۲۷۰۰۰=۵۰۰۰$ (دستگاه)	۳